Opgaven

Opgave: Muonen

a) De reistijd is minimaal als het muon de kortst mogelijke route zonder botsingen aflegt.
Er geldt dan:

$$s = v \cdot t$$
$$* \; s = 15 \cdot 10^3 \text{ m}$$
$$* \; v = 0{,}9993 \cdot 2{,}99792458 \cdot 10^8 = 2{,}99582603 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$
$$\Rightarrow t = 5{,}007 \cdot 10^{-5} = 5{,}0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

b)

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{½}}$$
$$* \; N = 1$$
$$* \; t_{½} = 2{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$
$$* \; t = 5{,}0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$
$$\Rightarrow N_0 = 7{,}1 \cdot 10^6$$

Dus slecht 1 op de ongeveer zeven miljoen muonen zou volgens deze berekening het aardoppervlak moeten kunnen bereiken.

c) Vanuit het ruststelsel van het laboratorium op het aardoppervlak geldt dat er tijddilatatie optreedt voor assenstelsels die zich met een zekere snelheid bewegen ten opzichte van dit ruststelsel.
Er geldt:

$$\color{cyan}{t} = \gamma \cdot \color{red}{t'}$$
$$* \; \gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)}}$$
$$* \; v = 0{,}9993 \cdot c$$
$$\Rightarrow \gamma = 26{,}73$$
$$* \; \color{red}{t'} = 2{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$
$$\Rightarrow \color{cyan}{t} = 5{,}88078 \cdot 10^{-5} = 58{,}8 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

De halveringstijd wordt dus opgerekt tot ongeveer $59\ \mu s$. Oftewel als er in het rode assenstelsel $2{,}2\ \mu s$ zijn verstreken dan zijn er in het blauwe assenstelsel vanwege tijddilatatie reeds $59\ \mu s$ verstreken. Wij nemen de halveringstijd dus waar als $59\ \mu s$ in plaats van $2{,}2\ \mu s$.
Dit zou moeten betekenen dat veel meer muonen het aardoppervlak zouden moeten kunnen bereiken.

d)

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{½}}$$

$* N = 1$

$* t_{½} = 55{,}8 \cdot 10^{-6}\ s$

$* t = 5{,}007 \cdot 10^{-5}\ s$

$\Rightarrow N_0 = 1{,}8$

Dus maar liefst 1 op de ongeveer 2 muonen zou volgens deze berekening het aardoppervlak moeten kunnen bereiken.
Deze berekening is sterk vereenvoudigd. In werkelijkheid bereiken slechts 1 op ongeveer 8 muonen het aardoppervlak.

e) Gezien vanuit het muon blijft de halveringstijd gelijk maar is het de afstand die door de atmosfeer moet worden afgelegd die aan relativistische effecten onderhevig is.

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{½}}$$

$* N = 1$

$* t_{½} = 2{,}2 \cdot 10^{-6}\ s$

$* t:\ \ s = v \cdot t$

$* s:\ \ \ell = \frac{\ell'}{\gamma}$

$* \gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)}}$

$* v = 0{,}9993 \cdot c$

$\Rightarrow \gamma = 26{,}73$

$* \ell = 15 \cdot 10^3\ m$

$\Rightarrow s = \ell' = 561{,}15\ m$

$* v = 0{,}9993 \cdot 2{,}99792458 \cdot 10^8 = 2{,}99582603 \cdot 10^8\ m/s$

$\Rightarrow t = 1{,}8731 \cdot 10^{-6}\ s$

$\Rightarrow N_0 = 1{,}8$

Dezelfde conclusie als gezien vanuit het laboratorium op het aardoppervlak.

Dit experiment en vele anderen vormen het experimentele bewijs dat de relativiteitstheorie correct is. In onderstaande link zie je een klein overzicht van andere experimenten die alleen kunnen worden verklaard met de relativiteitstheorie en niet kunnen worden verklaard met de klassieke mechanica van Newton:
link naar site [1).