

Opgaven

Opgave: De ladder en de schuur

- a) Het blauwe assenstelsel is het ruststelsel van Bob.
 Het rode assenstelsel is het ruststelsel van Robin.
 Er geldt:

$$\begin{aligned} \ell &= \frac{\ell'}{\gamma} = \ell' \cdot \sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)} \\ \Rightarrow \frac{\ell}{\ell'} &= \sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)} \\ & * \frac{\ell}{\ell'} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} &= \sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{1}\right)^2\right)} = \sqrt{1 - v^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{4} &= 1 - v^2 \\ \Rightarrow v &= \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0,87 \end{aligned}$$

Robin moet dus een snelheid van 0,87 c hebben, zodat de lorentzcontractie voldoende groot is.

Als Robin deze snelheid heeft en Bob de lengte van de ladder bepaalt ten opzichte van zijn ruststelsel, dan zal deze lengte gelijk zijn aan de lengte van de schuur ten opzichte van zijn ruststelsel.

- b) Nu dezelfde situatie als bij a), maar dan gezien vanuit het perspectief van Robin.
 Het blauwe stelsel is het ruststelsel van Robin.
 Het rode stelsel is het ruststelsel van de schuur.
 Er geldt:

$$\begin{aligned} \ell &= \frac{\ell'}{\gamma} = \ell' \cdot \sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)} \\ \Rightarrow \frac{\ell}{\ell'} &= \sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)} \\ & * \frac{\ell}{\ell'} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Dit is dezelfde factor als bij a). Vanuit Robin gezien beweegt de schuur met een snelheid van -0,87.

De schuur is dus volgens Robin geen 10 m, maar slechts 5 m lang.

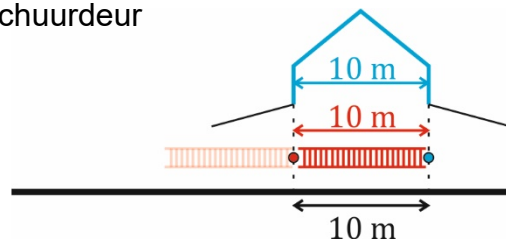
c) rechter uiteinde ladder valt samen met rechter schuurdeur

$$s = v \cdot t$$

$$* s = 10 \text{ m}$$

$$* v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow t = 11,5 \text{ m}$$



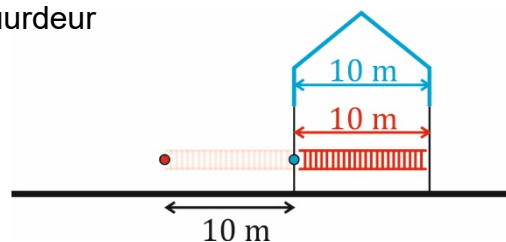
linker uiteinde ladder valt samen met linker schuurdeur

$$s = v \cdot t$$

$$* s = 10 \text{ m}$$

$$* v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow t = 11,5 \text{ m}$$



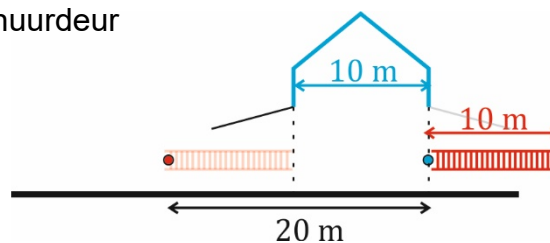
linker uiteinde ladder valt samen met rechter schuurdeur

$$s = v \cdot t$$

$$* s = 20 \text{ m}$$

$$* v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow t = 23,1 \text{ m}$$



Je ziet dat voor- en achterkant van de ladder gelijktijdig binnen de schuur zijn.

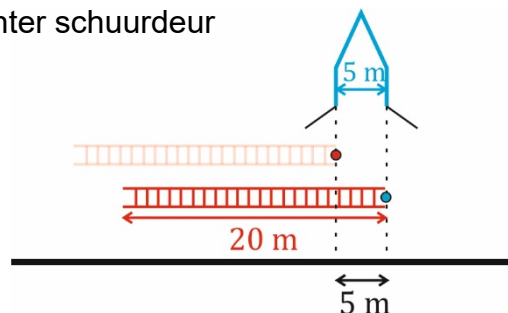
d) rechter uiteinde ladder valt samen met rechter schuurdeur

$$s = v \cdot t$$

$$* s = 5 \text{ m}$$

$$* v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow t = 5,77 \text{ m}$$



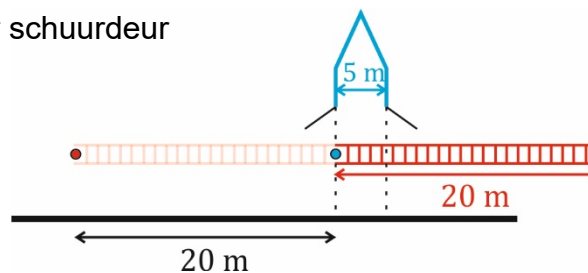
linker uiteinde ladder valt samen met linker schuurdeur

$$s = v \cdot t$$

$$* s = 20 \text{ m}$$

$$* v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow t = 23,1 \text{ m}$$



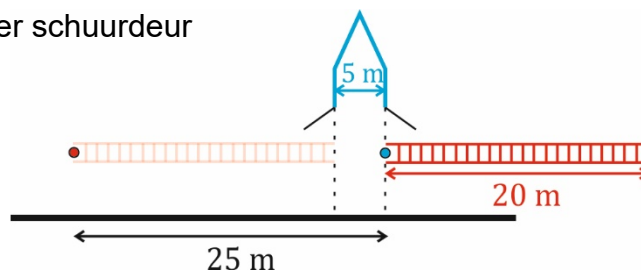
linker uiteinde ladder valt samen met rechter schuurdeur

$$s = v \cdot t$$

$$* s = 25 \text{ m}$$

$$* v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow t = 28,9 \text{ m}$$



Je ziet dat als de voorkant van de ladder op het punt staat de schuur weer te verlaten het nog 17 m duurt voordat de achterkant in de schuur is.

Beide waarnemers hebben vanuit hun respectievelijke ruststelsels gezien gelijk. Het verschil in waarneming wordt veroorzaakt door het feit dat het begrip gelijktijdigheid niet meer waarnemeronafhankelijk is. Wil de ladder geheel in de schuur passen dan moet zowel de voor- als de achterkant van de ladder gelijktijdig in de schuur zijn. Wat voor beide waarnemers als gelijktijdig wordt gezien is echter verschillend!