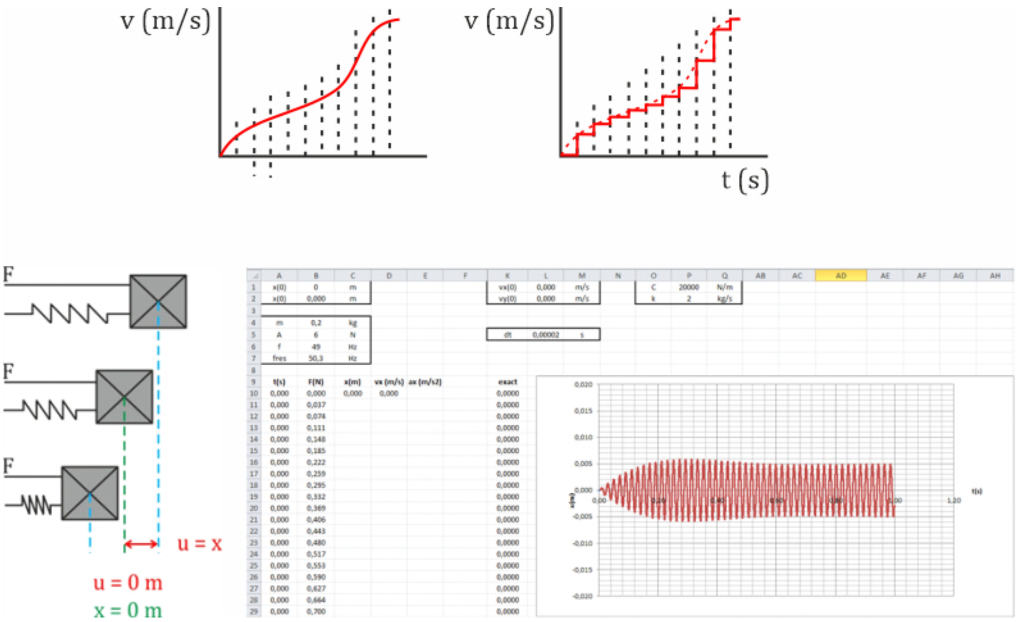
Reader: Cirkelbeweging numeriek



Voorkennis

Deze reader is het vervolg op de readers:

- "Krachten" van de vierde klas: link naar reader [1)]

Auteursrechten

Voor een gedetailleerde bronvermelding voor de gebruikte afbeeldingen wordt verwezen naar het colofon.

Inhoud

Introductie Coach-modelleren

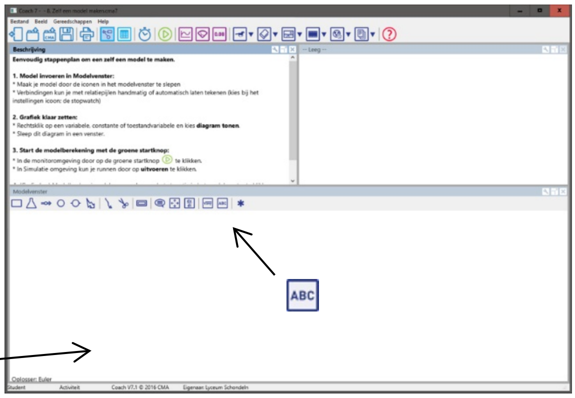
In de vierde klas hebben we computermodellen steeds in Excel gemaakt. Dit jaar gaan we dit doen in het programma COACH-Modelleren. De rekenregels, zoals je die vorig jaar hebt moeten maken, moet je ook bij COACH-Modelleren maken. Het verschil is dat je bij Excel deze rekenregels naar honderden cellen moest kopiëren, terwijl je bij COACH-Modelleren de rekenregels slechts één keer hoeft in te voeren. De rekenregels worden ingevoerd in het Modelvenster.

Start het programma COACH. Je krijgt dan een scherm te zien zoals weergegeven in nevenstaande afbeelding.

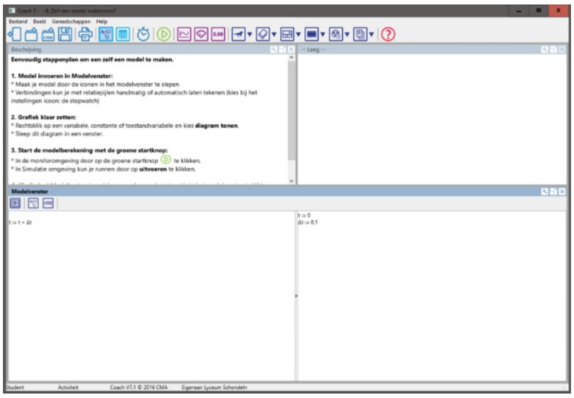
Open CMA project ( ):
“6. Modelleren” voor “Natuurkunde”
en het bestand
“8. Zelf een model maken.cma7”.

Je krijgt dan een scherm zoals weergegeven in nevenstaande afbeelding. Klik op de knop om naar de tekstmodus te gaan.

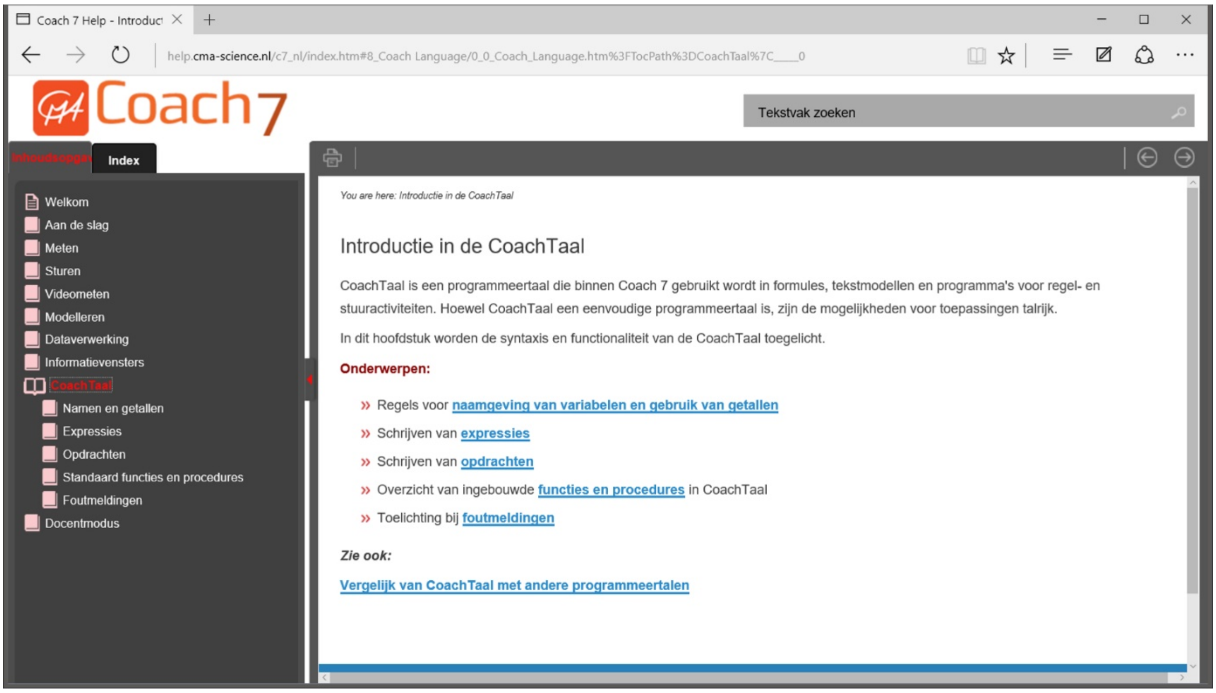
modelvenster



Het modelvenster bestaat uit een linker en een rechter deel. Het linker deel bevat het programmaatje met de rekenregels. Het rechter deel bevat de startwaarden. Net zoals Excel honderden regels doorrekent, zo zal COACH-Modelleren het programmaatje in het modelvenster honderden keren doorrekenen.



Net zoals in Excel heb je ook in COACH-Modelleren de beschikking over een aantal commando's en wiskundige functies. Een overzicht van beschikbare commando's en wiskundige functies vind je in het helpmenu onder “CoachTaal”.



Bovenstaande pagina vind je ook via nevenstaande link: link naar site [1].
Je hebt het programma dus niet nodig om deze pagina te bestuderen.

In het algemeen is de bediening van het programma vrij eenvoudig.

Diagram toevoegen:	Druk op . Volg vervolgens de instructies in het diagramvenster.
Overige instellingen van het diagram aanpassen:	Druk op . De rest wijst zich vanzelf.
Analyse/ verwerking:	Druk op . De rest wijst zich vanzelf.

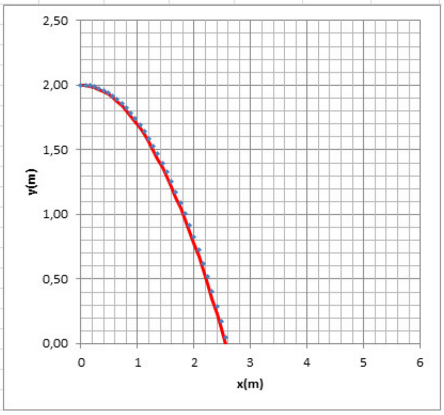
Om kennis te maken met Coach-Modelleren zullen we de modellen die we vorig jaar in Excel hebben gemaakt nu in Coach-Modelleren gaan maken.

In het model "Roofjump I" heb je vorig jaar onderstaande rekenregels afgeleid en ingevoerd in Excel.

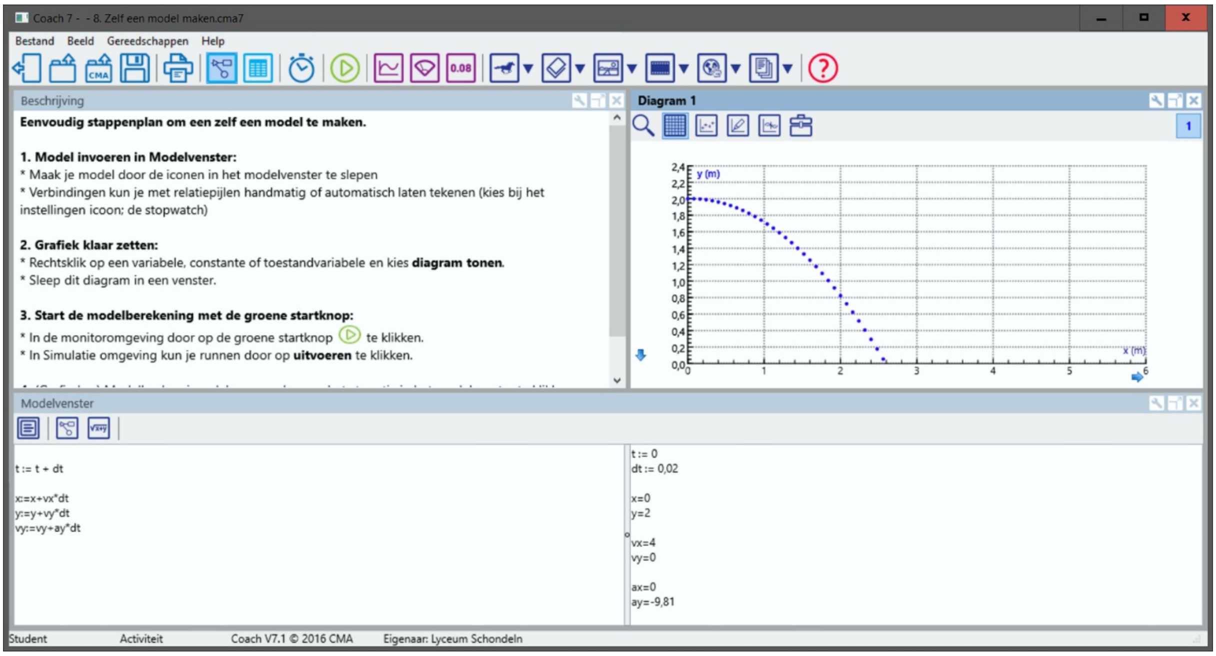
$$x_{n+1} = x_n + vx \cdot dt$$
$$y_{n+1} = y_n + vy \cdot dt$$
$$vy_{n+1} = vy_n + ay \cdot dt$$

Het resultaat dat je toen hebt gevonden staat weergegeven in nevenstaande afbeelding.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	x(0)	0	m		vx(0)	4	m/s		ax	0	m/s2
2	y(0)	2	m		vy(0)	0	m/s		ay	-9,81	m/s2
3											
4											
5					dt	0,02	s				
6											
7											
8	t(s)	x(m)	vy(m/s)	y(m)		x exact	y exact				
9	0,000	0,000	0,000	2,000		0,000	2,000				
10	0,020	0,080	-0,196	2,000		0,080	1,998				
11	0,040	0,160	-0,392	1,996		0,160	1,992				
12	0,060	0,240	-0,589	1,988		0,240	1,982				
13	0,080	0,320	-0,785	1,976		0,320	1,969				
14	0,100	0,400	-0,981	1,961		0,400	1,951				
15	0,120	0,480	-1,177	1,941		0,480	1,929				
16	0,140	0,560	-1,373	1,918		0,560	1,904				
17	0,160	0,640	-1,570	1,890		0,640	1,874				
18	0,180	0,720	-1,766	1,859		0,720	1,841				
19	0,200	0,800	-1,962	1,823		0,800	1,804				
20	0,220	0,880	-2,158	1,784		0,880	1,763				
21	0,240	0,960	-2,354	1,741		0,960	1,717				
22	0,260	1,040	-2,551	1,694		1,040	1,668				
23	0,280	1,120	-2,747	1,643		1,120	1,615				
24	0,300	1,200	-2,943	1,588		1,200	1,559				
25	0,320	1,280	-3,139	1,529		1,280	1,498				
26	0,340	1,360	-3,335	1,466		1,360	1,433				
27	0,360	1,440	-3,532	1,400		1,440	1,364				

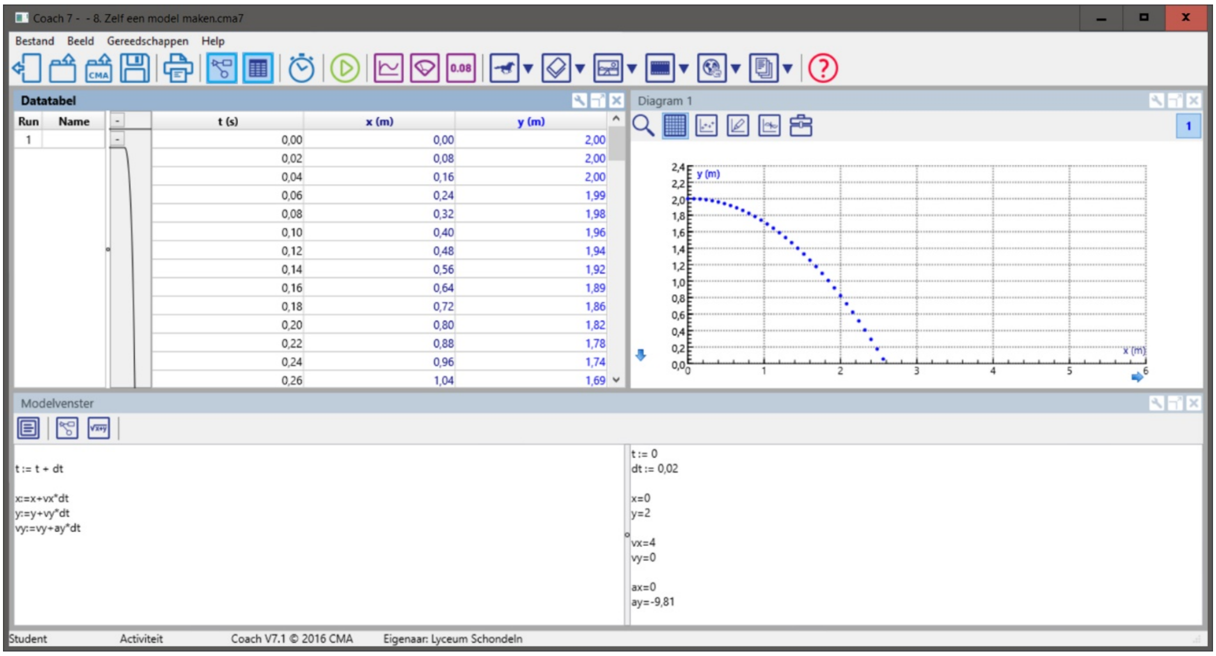


Ditzelfde model zou er in Coach-Modelleren als volgt uitzien.



Je ziet dat de rekenregels, zoals je die bij Excel in de kolommen B, C en D hebt ingevoerd, hier slechts één keer hoeven te worden ingevoerd. De startwaarden, zoals die bij Excel in de rijen 1 t/m 5 waren ingevoerd, staan hier in het rechter deel van het modelvenster.

Bij Excel heb je de rekenregels gekopieerd van regel 9 naar regel 10 t/m regel 500. Bij Coach-Modelleren stel je het aantal berekeningen in bij het menu “Gereedschappen”, “Meetinstellingen”, “Aantal iteraties”. COACH-Modelleren maakt de tabel, zoals je die bij Excel zelf hebt gemaakt, eigenlijk ook aan. Klik op de knop “Datatabel” ( ). Zet de tabel in venster 1, klik op het plusje naast “datarijen” en vergelijk met de tabel in Excel. Zie onderstaande afbeelding. De twee kolommen voor x en y zijn precies hetzelfde!



Coach-modelleren versus Excel

Opgave: Kennismaking met Coach-Modelleren

a) Maak het model “Roofjump met hoek” van vorig schooljaar in Coach-modelleren.
b) Maak het model “Vering van een auto” van vorig schooljaar in Coach-modelleren.
c) Maak het model “Sprong over het kanaal” van vorig schooljaar in Coach-modelleren.

Satellietbanen in COACH-Modelleren

Opgave: GPS-satelliet

GPS-SATELLIET VERTELT TOT OP HALVE METER NAUWKEURIG WAAR U BENT

Weten waar je bent is van groot belang voor iemand die reist, vooral op zee, in de lucht of in de woestijn. Het Global Positioning System (GPS) is daarbij een nauwkeurig hulpmiddel.

Dit navigatiesysteem bestaat uit vierentwintig GPS satellieten die in verschillende banen op een hoogte van zo'n 20.000 km boven het aardoppervlak draaien. Door de signalen van een aantal satellieten te verwerken, kan overal ter wereld tot op een halve meter nauwkeurig de positie worden vastgesteld.
Om het systeem in stand te houden, worden er regelmatig nieuwe GPS satellieten gelanceerd. Eerst wordt een draagraket in een baan gebracht op ruim duizend km hoogte. Vanuit deze draagraket wordt vervolgens de GPS satelliet naar zijn uiteindelijke baan geschoten.

We gaan satellietbanen in een computermodel nabootsen.
Het model voor de satellietbaan ziet er uit zoals weergegeven in onderstaande afbeelding.

Modelvenster

```
r = sqrt(x^2+y^2)      'de afstand tot de middelpunt aarde

ax = -(G*M/r^2)*(x/r)  'versnelling in de x-richting
ay = -(G*M/r^2)*(y/r)  'versnelling in de y-richting

vx= vx+ax*dt           'formule voor vx
vy= vy+ay*dt           'formule voor vy

x = x + vx*dt          'formule voor x-coördinaat
y = y + vy*dt          'formule voor y-coördinaat


t = t + dt             'volgende tijdstap

als r<Ra dan stop eindals
```

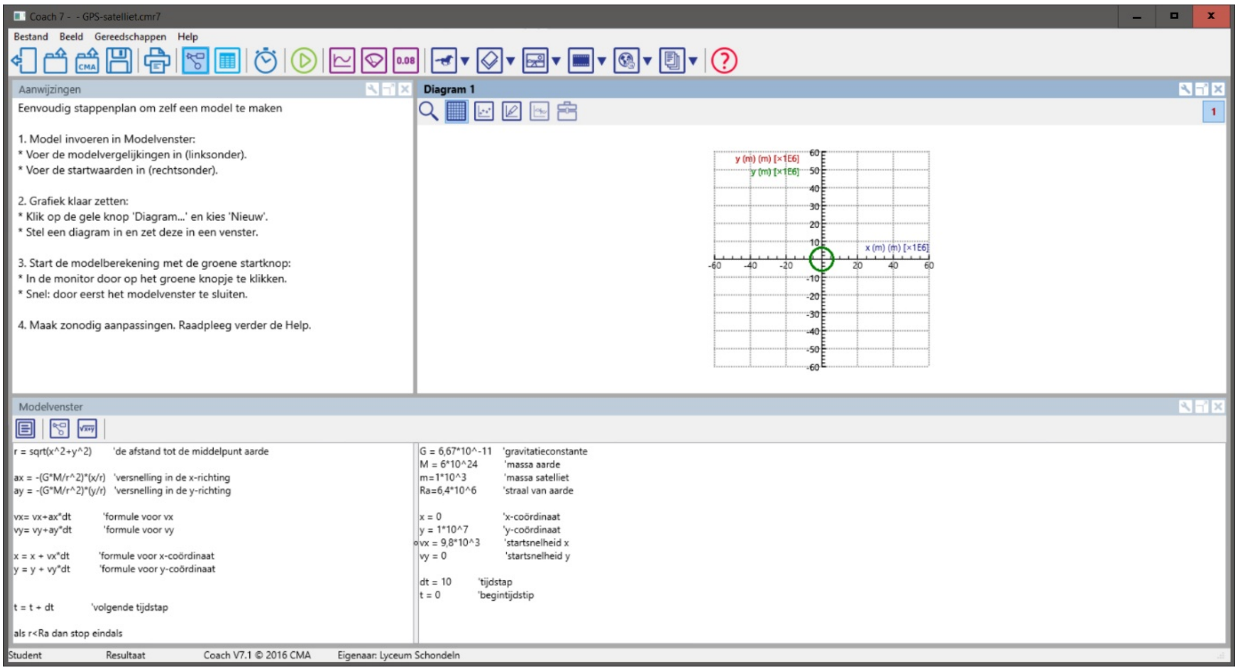
```
G = 6,67*10^-11   'gravitatieconstante
M = 6*10^24       'massa aarde
m=1*10^3          'massa satelliet
Ra=6,4*10^6

x = 0             'x-coördinaat
y = 1*10^7        'y-coördinaat
vx = 9,8*10^3     'startsnelheid x
vy = 0            'startsnelheid y

dt = 10           'tijdstap
t = 0             'begintijdstip
```

De rekenregels zouden eigenlijk heel herkenbaar moeten zijn. Met name de rekenregels voor vx, vy, x en y zijn exact hetzelfde.
De nieuwe x is de oude x + het oppervlak van het volgende rechthoekje vx*dt.
De nieuwe y is de oude y + het oppervlak van het volgende rechthoekje vy*dt.
De nieuwe vx is de oude vx + het oppervlak van het volgende rechthoekje ax*dt.
De nieuwe vy is de oude vy + het oppervlak van het volgende rechthoekje ay*dt.

Zoals gebruikelijk zijn de regels voor ax en ay afhankelijk van de opgave.
Download dit programma van de site: link naar bestand.
Je krijgt dan een scherm te zien zoals weergegeven in onderstaande afbeelding.



De groene cirkel in het diagram geeft de aarde weer. Door het programma te starten, zal de baan van de satelliet worden getekend in de kleur rood.

Voer onderstaande opdrachten uit.

a) Maak een diagram waarin je de hoogte van de satelliet boven het aardoppervlak uitzet als functie van de tijd. Breid daartoe het model uit met één rekenregel.

b) Maak een diagram waarin je de kinetische energie (E_k), de gravitationele potentiële energie (E_G) en de totale energie (E_t) uitzet als functie van de tijd. Breid daartoe het model uit met drie rekenregels.
Je weet dat als je het goed doet de totale energie van de satelliet constant moet zijn!

c) **Bepaal** met behulp van het model de snelheid die de satelliet moet hebben om op gelijke hoogte boven het aardoppervlak te blijven.
Gebruik daartoe de optie “simuleren”. Klik daartoe met de rechter muisknop in het modelvenster.

d) **Leg uit** of de satelliet zich dan in een geostationaire baan bevindt.
Bepaal daartoe de omlooptijd van de satelliet door een diagram te maken waarmee je de omlooptijd gemakkelijk kunt bepalen. Je hebt daarvoor meerdere mogelijkheden.
Je hoeft hiervoor geen nieuwe rekenregels aan het model toe te voegen!

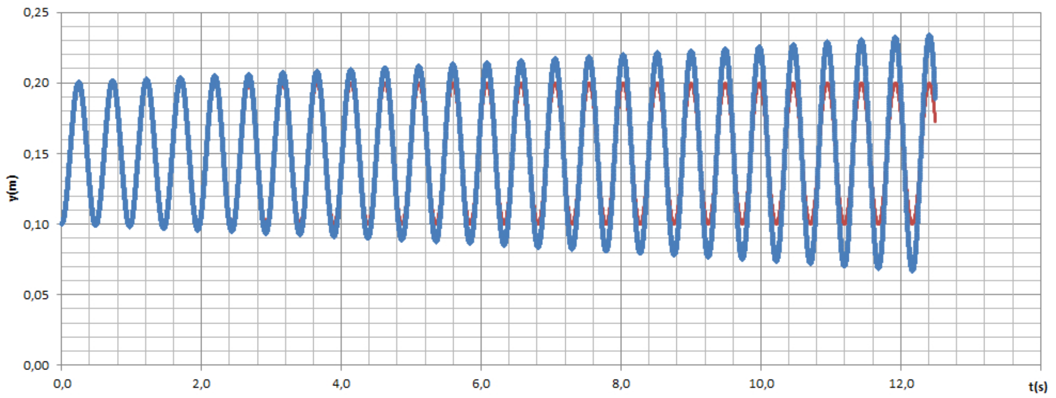
e) **Leg uit** hoe de rekenregels voor ax en ay zijn afgeleid.

Als je meer uitleg wilt hebben over het programma COACH-Modelleren, kijk dan eens naar de voorbeelden in de onderstaande filmpjes:
voorbeeld vallende bal: link naar filmpje [1].
voorbeeld leeglopende emmer: link naar filmpje [2].
voorbeeld worp met wrijving: link naar filmpje [3].

Alleen voor de geïnteresseerden

De rest van dit document gaat verder dan wat is vereist voor het examen of de proefwerken. Ik heb dit met name gemaakt voor diegene die geïnteresseerd zijn in wiskundige methoden om natuurkundige problemen uit te rekenen. Het geeft een beter inzicht in wat numerieke methoden kunnen en waar de valkuilen zitten. Je zult dit altijd in meer of mindere mate tegenkomen als je een exact vak gaat studeren.

Open het bestand “Autovering.xlsx” van de vierde klas: link naar bestand.
Stel voor k de waarde $0\ \mathrm{kg/s}$ in. Dit heb je vorig jaar ook gedaan. Je krijgt dan onderstaand resultaat.



$\mathrm{k} = 0\ \mathrm{kg/s}$ betekent dat er geen demping is. Je ziet echter dat het model zichzelf opblaast. Terwijl je verwacht dat de trilling met een constante amplitude oneindig lang door trilt, neemt de amplitude steeds meer toe. Dit effect kun je niet verhinderen door een kleinere waarde voor dt te kiezen. De rekenregels die je hebt afgeleid voor y, v zijn niet nauwkeurig genoeg.

Is het mogelijk nauwkeurigere regels af te leiden?

Ja. Dat is het vakgebied van de numerieke natuurkunde.

In de wiskunde heeft men een methode bedacht om een functie te benaderen als een machtreeks. Deze methode wordt Taylorreeksontwikkeling genoemd.
Als je hierover meer wilt weten, neem dan eens een kijkje bij de site onder nevenstaande link: link naar site [1].
Voor onze doeleinden is het voldoende als je het onderstaande weet.
Voor de plaats y als functie van t heb je het functievoorschrift $\mathrm{y(t)}$.
Volgens Taylor geldt dan:

$$\mathrm{y(t+dt)} = \frac{\mathrm{dt}^0}{0!}\cdot \mathrm{y(t)} + \frac{\mathrm{dt}^1}{1!}\cdot \mathrm{y'(t)} + \frac{\mathrm{dt}^2}{2!}\cdot \mathrm{y''(t)} + \frac{\mathrm{dt}^3}{3!}\cdot \mathrm{y'''(t)} + \text{hogere orde termen}$$

$$\Rightarrow \mathrm{y(t+dt)} = \mathrm{dt}^0\cdot \mathrm{y(t)} + \mathrm{dt}^1\cdot \mathrm{y'(t)} + \frac{\mathrm{dt}^2}{2}\cdot \mathrm{y''(t)} + \frac{\mathrm{dt}^3}{6}\cdot \mathrm{y'''(t)} + \cdots \text{hogere orde termen}$$

Met andere woorden, een functie $\mathrm{y(t)}$ kan rond punt t ($\pm\ \mathrm{dt}$) worden geschreven als een optelsom van afgeleiden.

Je ziet dat de verschillende termen evenredig zijn met een macht van de tijdstap dt. Hieruit volgt dat, hoe hoger de orde van de term, hoe kleiner de bijdrage. Dit komt doordat, als dt klein gekozen wordt, een macht van dt nog kleiner wordt.

De rekenregel voor y, zoals je die tot nu toe hebt gebruikt luidt:

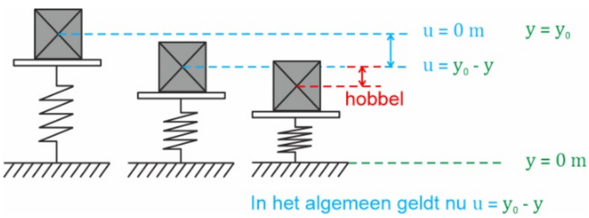
$$y_{n+1} = y_n + v_y \cdot dt$$

Dit is hetzelfde als

$$y_{n+1} = y_n + y' \cdot dt$$
$$\Rightarrow y(t + dt) = y(t) + y'(t) \cdot dt$$
$$\Rightarrow y(t + dt) = y(t) \cdot dt^0 + y'(t) \cdot dt^1$$

Als je deze uitdrukking vergelijkt met de Taylorreeks op de vorige bladzijde, dan zie je dat alleen de termen met dt^0 en dt^1 zijn meegenomen en dat alle hogere orden zijn weggelaten. Dit mag alleen als die hogere orde termen daadwerkelijk verwaarloosbaar zijn. Het probleem met het model op basis van jouw oude regels is dat je deze benadering dubbel toepast, namelijk één keer voor y (met $y_{n+1} = y_n + v_y \cdot dt$) en één keer voor v (met $v_{n+1} = v_n + a_y \cdot dt$). Je maakt dus een klein foutje om van a naar v te komen en vervolgens nog eens een klein foutje om van v naar y te komen. Dit gaat even goed, maar als je dit een paar honderd tot een paar duizend keer achter elkaar doet, loop je het risico dat het model zichzelf opblaast. Dit is precies wat er in het model voor de vering van een auto gebeurt.
Als je het resultaat wilt verbeteren hoef je dus “alleen maar” hogere orde termen mee te nemen of je moet het oorspronkelijke natuurkundige probleem slimmer omschrijven in rekenregels. Terug naar het natuurkundige probleem dat we willen oplossen.

$$1)\ F_r = m \cdot a$$
$$2)\ F_r = -m \cdot g + C \cdot (y_0 - y) - k \cdot v$$
$$\Rightarrow m \cdot a = -m \cdot g + C \cdot (y_0 - y) - k \cdot v$$



Om te voorkomen dat je van a naar v en dan van v naar y moet rekenen, is het handiger om bovenstaande vergelijking met behulp van de Taylorreeksontwikkeling om te schrijven.

$$\Rightarrow m \cdot y'' = -m \cdot g + C \cdot (y_0 - y) - k \cdot y'$$

Hoe gebruik je de Taylorreeksontwikkeling om dit handig op te lossen?

Voor de eerste orde afgeleide y' nemen we termen t/m de eerste orde in dt.

$$\Rightarrow y(t + dt) = dt^0 \cdot y(t) + dt^1 \cdot y'(t)$$
$$\Rightarrow y'(t) = \frac{y(t + dt) - y(t)}{dt}$$

Voor de tweede orde afgeleide y'' maken we gebruik van een extra trucje.

$$y(t + dt) = dt^0 \cdot y(t) + dt^1 \cdot y'(t) + \frac{dt^2}{2} \cdot y''(t) + \frac{dt^3}{6} \cdot y'''(t) + \cdots \text{hogere orde termen}$$
$$y(t - dt) = (-dt)^0 \cdot y(t) + (-dt)^1 \cdot y'(t) + \frac{(-dt)^2}{2} \cdot y''(t) + \frac{(-dt)^3}{6} \cdot y'''(t) + \cdots \text{hogere orde termen}$$

+

$$\Rightarrow y(t + dt) + y(t - dt) = 2 \cdot dt^0 \cdot y(t) + 2 \cdot \frac{dt^2}{2} \cdot y''(t) + \cdots \text{hogere orde termen}$$
$$\Rightarrow y(t + dt) + y(t - dt) = 2 \cdot y(t) + dt^2 \cdot y''(t) + \cdots \text{hogere orde termen}$$
$$\Rightarrow y(t + dt) + y(t - dt) = 2 \cdot y(t) + dt^2 \cdot y''(t)$$

Merk op dat de verwaarloosde termen van de *vierde* orde in dt zijn!
Dit laatste kun je omschrijven in onderstaande uitdrukking voor y''.

$$y'' = \frac{y(t + dt) + y(t - dt) - 2 \cdot y(t)}{dt^2}$$

Terug naar de oorspronkelijke vergelijking.

$$m \cdot y'' = -m \cdot g + C \cdot (y_0 - y) - k \cdot y'$$

Dit is nu te schrijven als:

$$m \cdot \left(\frac{y(t + dt) + y(t - dt) - 2 \cdot y(t)}{dt^2}\right) = -m \cdot g + C \cdot (y_0 - y) - k \cdot \left(\frac{y(t + dt) - y(t)}{dt}\right)$$

Na wat schuifwerk met de balansmethode vind je onderstaande uitdrukking.

$$\left(\frac{1}{dt^2} + \frac{k}{m \cdot dt}\right) \cdot y(t + dt) + \left(\frac{C}{m} - \frac{2}{dt^2} - \frac{k}{m \cdot dt}\right) \cdot y(t) + \left(\frac{1}{dt^2}\right) \cdot y(t - dt) = -g + \frac{C \cdot y_0}{m}$$

Hieruit volgt onderstaande rekenregel:

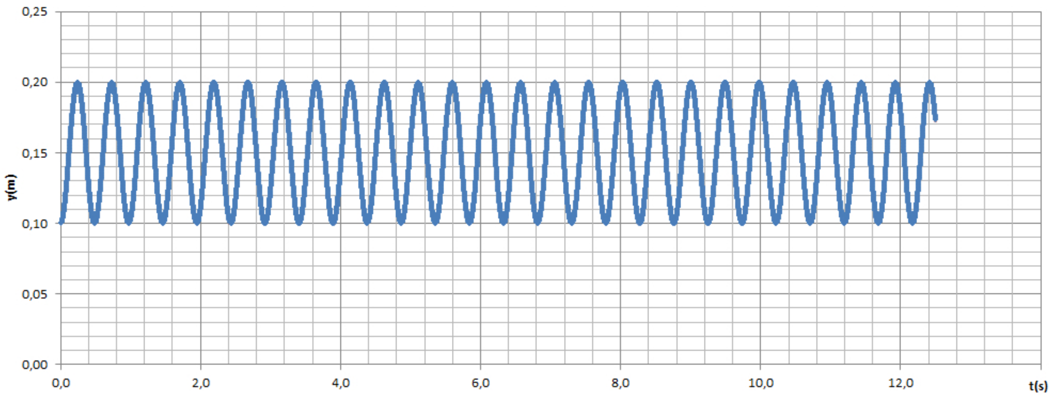
$$\left(\frac{1}{dt^2} + \frac{k}{m \cdot dt}\right) \cdot y_{n+1} + \left(\frac{C}{m} - \frac{2}{dt^2} - \frac{k}{m \cdot dt}\right) \cdot y_n + \left(\frac{1}{dt^2}\right) \cdot y_{n-1} = -g + \frac{C \cdot y_0}{m}$$

Je weet de beginvoorwaarden $y(0) = y_0$ en $y'(0) = 0$. Uit $y'(0) = 0$ volgt dat $y_1 = y_0$ (ga na). Wat je nu nodig hebt is een rekenregel voor y_{n+2}. Deze rekenregel volgt uit bovenstaande uitdrukking door n met 1 te verhogen.

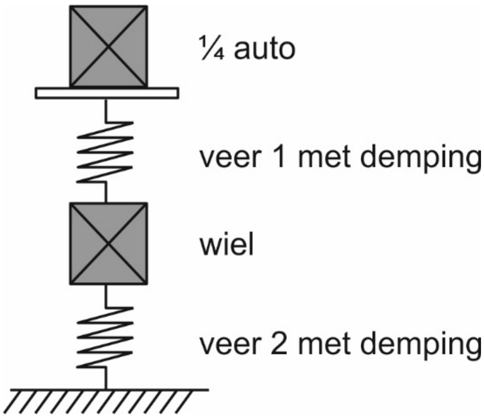
$$\left(\frac{1}{dt^2} + \frac{k}{m \cdot dt}\right) \cdot y_{n+2} + \left(\frac{C}{m} - \frac{2}{dt^2} - \frac{k}{m \cdot dt}\right) \cdot y_{n+1} + \left(\frac{1}{dt^2}\right) \cdot y_n = -g + \frac{C \cdot y_0}{m}$$

$$\Rightarrow y_{n+2} = \frac{-g + \frac{C \cdot y_0}{m} - \left(\frac{C}{m} - \frac{2}{dt^2} - \frac{k}{m \cdot dt}\right) \cdot y_{n+1} - \left(\frac{1}{dt^2}\right) \cdot y_n}{\left(\frac{1}{dt^2} + \frac{k}{m \cdot dt}\right)}$$

Als je gebruik maakt van deze rekenregel in plaats van de oude is het probleem opgelost. Dit nieuwe model levert onderstaand resultaat.



Uitstekende overeenstemming tussen het numerieke resultaat en het exacte resultaat (de blauwe lijn van het numerieke model loopt volledig over de rode lijn van het exacte resultaat).
Ik heb bovenstaand model, evenals het oude rekenmodel, reeds voor je in Excel geprogrammeerd. Het bestand is te vinden op de site onder “autovering 2.xlsx”: link naar bestand.
Onder het eerste tabblad staat het oude model en onder het tweede tabblad staat het nieuwe model. Als je andere waarden voor k en/of C neemt, zul je zien dat het numerieke resultaat in alle gevallen veel beter is dan het resultaat dat je met het oude model kunt realiseren.

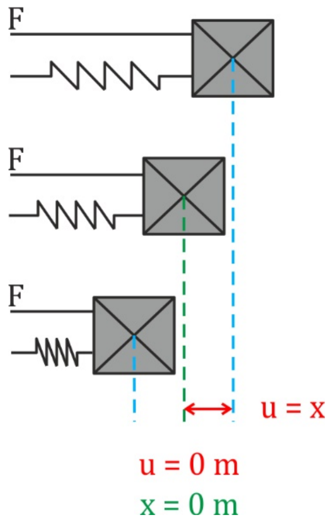


Naast het numerieke probleem dat we net hebben opgelost is er natuurlijk ook het een en ander aan te merken op het natuurkundige model van de vering van een auto. Een iets realistischer model is het kwart-massa-model. In dit model wordt één wiel gesimuleerd waarop een kwart van de massa van de auto rust. Tevens worden zowel de auto als het wiel als afzonderlijke massa's beschouwd.

Als je geïnteresseerd bent hoe een dergelijk systeem in de praktijk wordt gesimuleerd, kijk dan eens naar de informatie onder onderstaande links.
link naar bestand [1)]
link naar site [2)]

Opgave: Binnenspiegel

Een bekend probleem bij auto's is het meetrillen van de achteruitkijkspiegel die bovenaan in het midden van de voorruit is bevestigd met bijvoorbeeld de trilling van muziek. Dit effect is goed te zien in het youtube-filmpje onder onderstaande link:
link naar filmpje [1].
Het wordt vervelend als de frequentie van de muziek in de buurt van de resonantiefrequentie van de spiegel komt.
Ook nu weer moet je de werkelijkheid benaderen met een natuurkundig model, oftewel een vereenvoudigde voorstelling van de werkelijkheid.

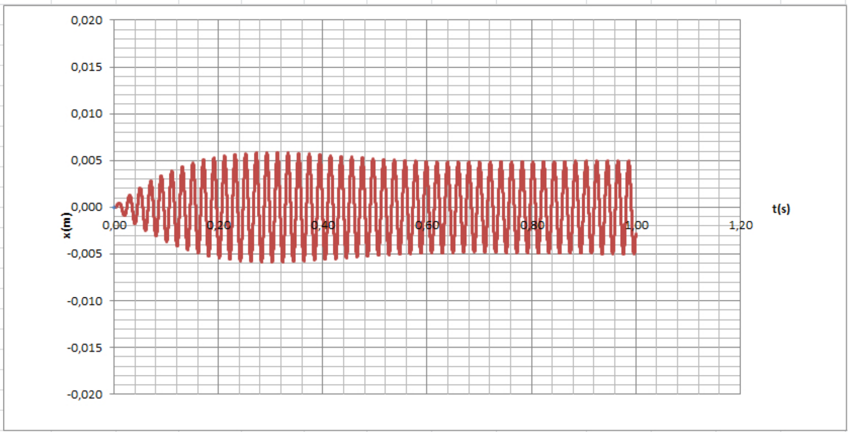


- Veronderstel de gehele spiegel als een puntvormige massa met massa m.
- Veronderstel dat de trillende voorruit een kracht $F = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$ op deze massa uitoefent.
- De ophanging werkt als een veer met veerconstante C.
- De demping in de ophanging veroorzaakt een dempingskracht gelijk aan $F_d = -k \cdot v$.
- Bekijk alleen de beweging van de spiegel loodrecht op de voorruit.

De spiegel gaat dan een gedwongen trilling uitvoeren. Je weet, op basis van de theorie van vorig jaar, dat deze trilling heftiger zou moeten worden naarmate de frequentie van de opgedwongen trilling dichter in de buurt komt van de eigenfrequentie van het massaveersysteem dat wordt gevormd door de spiegel en zijn ophanging. Een en ander staat weergegeven in nevenstaande afbeelding.

Open het bestand "Binnenspiegel.xlsx". Dit bestand is te vinden op de site:
link naar bestand.

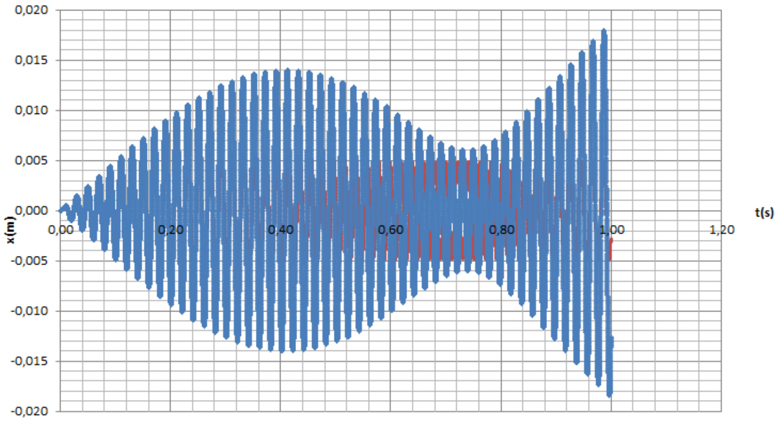
	A	B	C	D	E	F	K	L	M	N	O	P	Q	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
1	x(0)	0	m				vx(0)	0,000	m/s		C	20000	N/m							
2	x(0)	0,000	m				vy(0)	0,000	m/s		k	2	kg/s							
3																				
4	m	0,2	kg																	
5	A	6	N				dt	0,00002	s											
6	f	49	Hz																	
7	fres	50,3	Hz																	
8																				
9	**t(s)**	**F(N)**	**x(m)**	**vx (m/s)**	**ax (m/s2)**		**exact**													
10	0,000	0,000	0,000	0,000			0,0000													
11	0,000	0,037					0,0000													
12	0,000	0,074					0,0000													
13	0,000	0,111					0,0000													
14	0,000	0,148					0,0000													
15	0,000	0,185					0,0000													
16	0,000	0,222					0,0000													
17	0,000	0,259					0,0000													
18	0,000	0,295					0,0000													
19	0,000	0,332					0,0000													
20	0,000	0,369					0,0000													
21	0,000	0,406					0,0000													
22	0,000	0,443					0,0000													
23	0,000	0,480					0,0000													
24	0,000	0,517					0,0000													
25	0,000	0,553					0,0000													
26	0,000	0,590					0,0000													
27	0,000	0,627					0,0000													
28	0,000	0,664					0,0000													
29	0,000	0,700					0,0000													



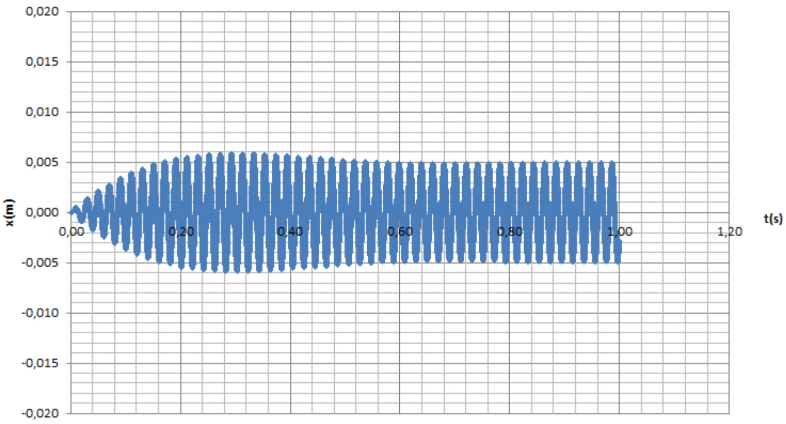
1)

In het bestand zijn reeds enkele startwaarden ingevoerd.
De exacte oplossing is reeds weergegeven met een rode lijn. De numerieke oplossing zal verschijnen als blauwe punten.

a) Bedenk de rekenregels “oude stijl” voor $\mathrm{y(m)}$, $\mathrm{vy(m/s)}$ en $\mathrm{ay(m/s^2)}$. Voer deze in en kopieer deze naar alle onderliggende cellen. Met de rekenregels “oude stijl” vind je nevenstaand resultaat. Je ziet dat het resultaat compleet anders is dan het exacte resultaat zoals weergegeven in rood. Dit effect is wederom te wijten aan de slechte rekenregels en niet aan de waarde voor dt.



b) Bedenk de rekenregel “nieuwe stijl” voor $\mathrm{y(m)}$. Voer deze in en kopieer deze naar alle onderliggende cellen. Met de rekenregel “nieuwe stijl” vind je nevenstaand resultaat. Wederom is de overeenstemming tussen numeriek model en exact resultaat uitstekend.



Je kunt in dit model de waarden voor A, C, k, m en f aanpassen. Excel berekent de resonantiefrequentie en geeft deze weer in cel B7. In cel B6 kun je de frequentie van de opgelegde trilling instellen zodat je kunt zien wat het effect is op de spiegel.

c) Bestudeer het gedrag van dit massaveersysteem.
Besteed daarbij aandacht aan onderstaande punten:
   - Na verloop van zekere tijd blijft er een constante trilling met een vaste amplitude over. Het eerste, onregelmatige, stuk van de trilling is een inschakelverschijnsel dat uitdempt naarmate de tijd verstrijkt.
   - De amplitude van de uiteindelijke trilling is het grootst als de frequentie van de opgelegde kracht gelijk is aan de eigenfrequentie van het massaveersysteem.

d) Maak dit model eveneens in COACH-Modelleren.

Colofon

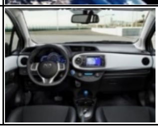
Deze reader is onderdeel van het lesmateriaal dat is ontwikkeld voor het vak natuurkunde bij het Roercollege Schöndeln in Roermond. Dit bestand is onderdeel van een complete lesmethode die het gehele curriculum voor het vak natuurkunde van VWO 2 t/m VWO 6 dekt.
De gehele lesmethode is te vinden op de site https://www.rwi-natuurkunde.nl.

De afbeeldingen die in dit lesmateriaal zijn gebruikt zijn in ruwweg vier groepen te verdelen:

- Afbeeldingen die zelf zijn gemaakt. Deze zijn niet gemarkeerd.
- Afbeeldingen afkomstig uit het publieke domein (creative commons CC0). Hieronder vallen de afbeeldingen van onder andere Pixabay, Pexels, Unsplash en HiClipart. Deze zijn niet gemarkeerd.
- Afbeeldingen die zijn ingekocht bij onder andere iStock, ShutterStock, DepositPhotos en Dreamstime. Deze zijn niet gemarkeerd.
- Afbeeldingen afkomstig uit het publieke domein, maar die onder de creative commons licentie (CC BY) vallen. Deze afbeeldingen zijn gemarkeerd met “©“ .

In onderstaande lijst is herkomst en de auteursrechthebbende voor de diverse afbeeldingen weergegeven voor zover die bij mij bekend zijn. Mocht iemand van mening zijn dat er een afbeelding tussen zit waar auteursrecht op zit dan kan dat gemeld worden bij somlrw02@soml.nl.
Afbeeldingen die niet in onderstaande lijst zijn opgenomen zijn geheel zelf gemaakt.

Reader:

Blz.	Afbeelding	Herkomst / auteursrecht
7		https://www.sciencelearn.org Image credit: NASA Publiek domein
14		Productfoto: Toyota Yaris Hybrid

Colofon voor ondersteunende bestanden

Studiehulp:

Blz.	Afbeelding	Herkomst / auteursrecht
1		DepositPhotos https://depositphotos.com id-nummer: Depositphotos_51364621_L
2		DepositPhotos https://depositphotos.com id-nummer: Depositphotos_62068743_L
3		DepositPhotos https://depositphotos.com id-nummer: Depositphotos_6399311_L