

## Gravitatie

### Opgave R05: Ganymede

a) Dit werkt niet met krachten, maar met energie!

Met krachten vind je de baansnelheid, niet de ontsnappingsnelheid.

Kies twee tijdstippen:

- het tijdstip op de grond ... hier wil je de snelheid van weten;
- het tijdstip in de ruimte ... hier weet je de hoogte ( $\infty$ ) en de snelheid (0).

$E_{\text{voor}}$	$E_{\text{na}}$
$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	0
$-G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$	0

Pas de wet van behoud van energie toe.

Er geldt:  $E_{\text{voor}} = E_{\text{na}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + -G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v^2 = G \cdot \frac{M}{r}$$

$$* G = 6,6738 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$* M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$* r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}}$$

$$\Rightarrow v = 1,12 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

b) Er geldt:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$* r = 1,07 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$* T = 7,16 \text{ d} = 6,186 \cdot 10^5 \text{ s}$$

$$\Rightarrow v = 1,09 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

c) Er geldt:

$$1) F_r = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$2) F_r = F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r}$$

$$\Rightarrow (1,09 \cdot 10^4)^2 = 6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M}{1,07 \cdot 10^9}$$

$$\Rightarrow M = 1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

d)  $m = \rho \cdot V$ 

$$* m = 1,49 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

$$* V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot (2638 \cdot 10^3)^3 = 7,6898 \cdot 10^{19} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow \rho = 1,94 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

e) Er geldt:

$$1) F_r = F_z = m \cdot g$$

$$2) F_r = F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\Rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\Rightarrow g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

$$\Rightarrow g = 6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,49 \cdot 10^{23}}{(2638 \cdot 10^3)^2} = 1,43 \text{ m/s}^2$$

f) Er geldt:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$* r = 670,9 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$* v: 1) F_r = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$2) F_r = F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}} = \sqrt{6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,91 \cdot 10^{27}}{670,9 \cdot 10^6}} = 1,378 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow T = 3,058 \cdot 10^5 \text{ s} = 3,54 \text{ d}$$

g) Er geldt:

$$1) F_r = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$2) F_r = F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}} = \sqrt{6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,49 \cdot 10^{23}}{(2638 + 835) \cdot 10^3}} = 1,69 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$h) \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot 2200 \cdot (7,8 \cdot 10^3)^2 - \frac{1}{2} \cdot 2200 \cdot (1,69 \cdot 10^3)^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_k = 6,38 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

De raketmotor moet arbeid verrichten om deze snelheidsvermindering te bewerkstelligen.