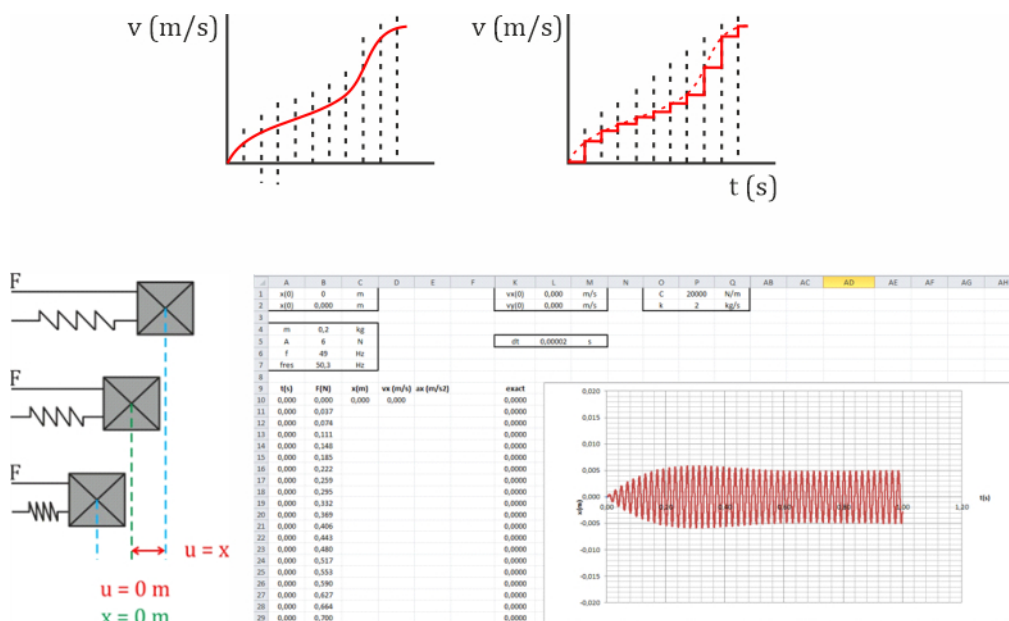


Reader: Krachten numeriek



Voorkennis

Deze reader is het vervolg op de readers:

- “Krachten” van de derde klas: [link naar reader ^{1\)}](#)
- “Krachten en beweging” van de derde klas: [link naar reader ^{2\)}](#)

Auteursrechten

Voor een gedetailleerde bronvermelding voor de gebruikte afbeeldingen wordt verwezen naar het [colofon](#).



Inhoud

Voorkennis.....	1
Krachten	3
Opgave: Vering van een auto.....	3
Opgave: Wingsuitvliegen.....	6
Colofon	9

Krachten

Opgave: Vering van een auto

Als een auto een oneffenheid in het wegdek tegenkomt is het de bedoeling dat de inzittenden hier zo min mogelijk van merken. Onder andere om deze reden is een auto voorzien van schokdempers. Schokdempers vangen de schok op. Daarnaast zorgt de vering ervoor dat de banden contact blijven maken met het wegdek waardoor er voortdurend grip op het wegdek is. Schokdempers worden hier beschouwd als veren met demping. Zie nevenstaande afbeelding.



De kracht die de vering uitoefent wordt gegeven door de formule:

$$F_v = -C \cdot u.$$

De demping wordt gegeven door de formule:

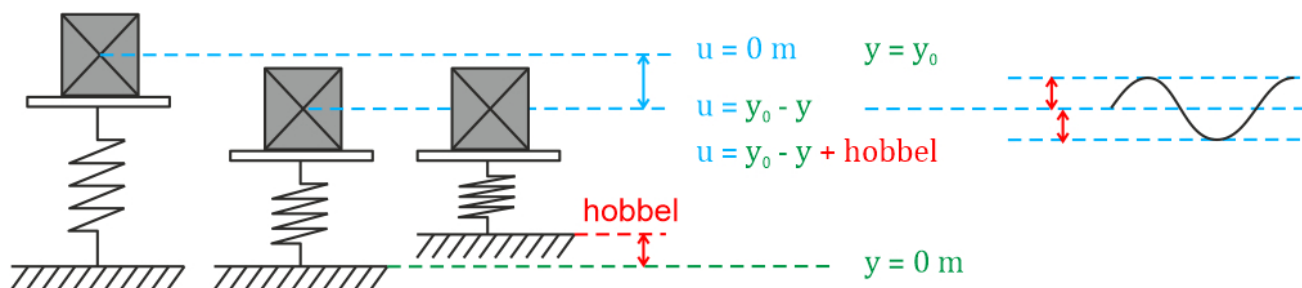
$$F_{\text{demping}} = -k \cdot v$$

Hierin is k een constante die een maat is voor de grootte van de demping.

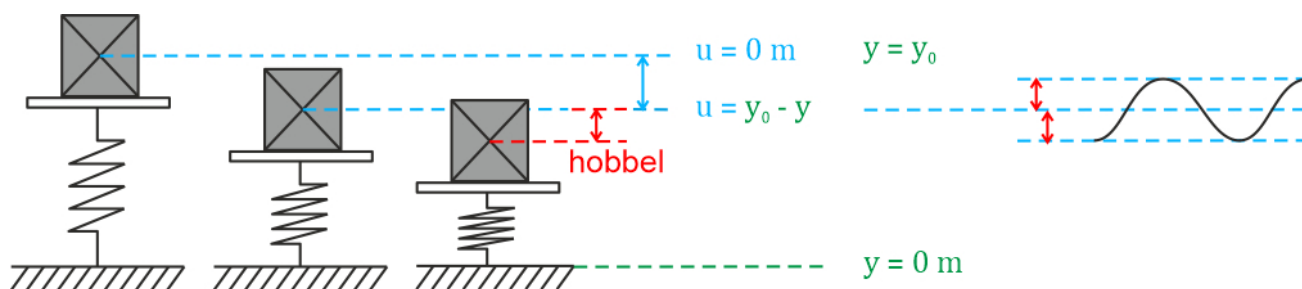
Als een auto over een obstakel of over een kuil in het wegdek rijdt dan zal de auto een trilling gaan uitvoeren. Hoe hevig deze trilling is en hoelang deze duurt, hangt af van de vering van de auto.

Het is de bedoeling dat je een numeriek programma in Excel schrijft waarmee je een grafiek kunt maken waarin de plaats y als functie van de tijd t wordt uitgezet. Om het een en ander te kunnen modelleren met je huidige kennis zullen een aantal vereenvoudigende aannamen moeten worden gemaakt.

In onderstaande afbeelding staat het een en ander weergegeven.



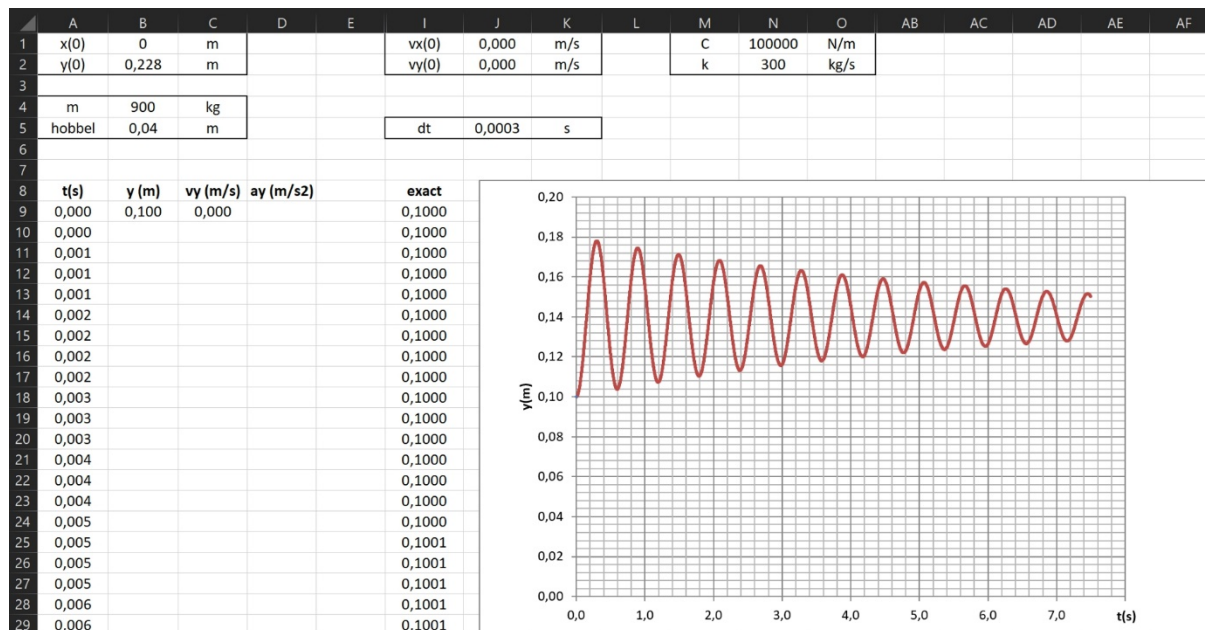
In de eerste afbeelding staat de situatie weergegeven waarin de vering nèt niet is ingedrukt ($u = 0 \text{ m}$ en $y = y_0$). In de tweede afbeelding staat de situatie weergegeven waarin de auto over een horizontale gladde weg rijdt ($u = y_0 - y$). In de derde afbeelding staat de situatie weergegeven waarin de auto over een hobbel rijdt ($u = y_0 - y + \text{hobbel}$). Deze situatie is eenvoudiger te modelleren als deze wordt vertaald naar onderstaande situatie. In plaats van het wegdek omhoog te laten komen bij de hobbel duwen we de auto over eenzelfde afstand omlaag.



In het algemeen geldt nu $u = y_0 - y$

Deze situatie kan goed worden gemodelleerd in Excel. Het gedrag van dit massaveersysteem is wat betreft heftigheid en duur van de trilling voor beide gevallen hetzelfde.

Open het bestand "Autovering.xlsx". Dit bestand is te vinden op de site:
<http://www.rwi-natuurkunde.nl/download/doc/Autovering.xlsx>.



In het bestand zijn reeds enkele startwaarden ingevoerd.

De exacte oplossing is reeds weergegeven met een rode lijn. De numerieke oplossing zal verschijnen als blauwe punten.

a) Bedenk de rekenregels voor $y(m)$, $v_y(m/s)$ en $a_y(m/s^2)$.

Voer deze in en kopieer deze naar alle onderliggende cellen.

Als je het model goed hebt gemaakt krijg je nevenstaande grafiek uit.

Je ziet dat er een behoorlijke overeenstemming is tussen het numerieke resultaat en de exacte oplossing.

b) Je ziet dat je waarschijnlijk zeeziek zult worden als de auto van deze vering wordt voorzien. Ga met behulp van het rekenmodel na welke waarde van k een geschikte keuze zou zijn als de waarde van C ongewijzigd blijft.

Probeer daartoe eens de waarden 5.000 kg/s, 20.000 kg/s en 100.000 kg/s.

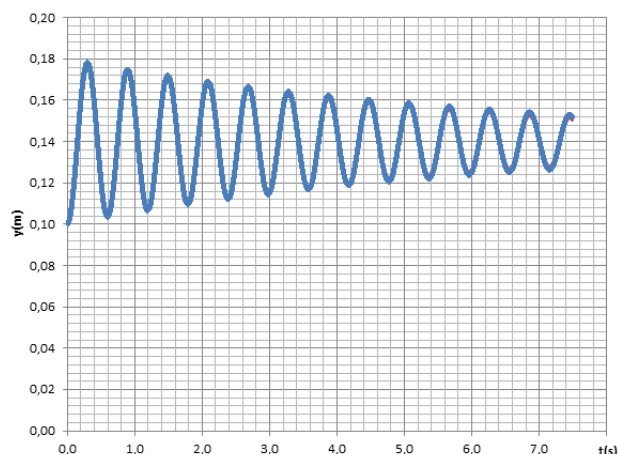
c) Ga met behulp van het model na of de massa de trillingstijd beïnvloedt en zo ja of deze groter of kleiner wordt bij toenemende massa.

Leg, op basis van natuurkundige argumenten, **uit** of je dit logisch vindt.

Zet de waarde voor k op 0 kg/s en kijk wat het model als resultaat geeft.

d) **Leg uit** wat $k = 0$ kg/s betekent en geef dan je mening over het numerieke resultaat.

e) **Toon aan** dat de eenheid van de constante k gelijk is aan kg/s.



Wil je meer weten over autotechniek, kijk dan eens op onderstaande links:

[Link naar site 1](#) ¹⁾

[Link naar site 2](#) ²⁾

Opgave: Wingsuitvliegen

Wingsuitvliegen is een vorm van skydiven waarin men met een soort gevleugeld pak uit een vliegtuig springt. In glijvlucht worden snelheden van 200 km/h gehaald. In duikvlucht kunnen echter snelheden van wel 400 km/h worden gehaald.

Het record voor de grootste starthoogte is staat op 13 km.

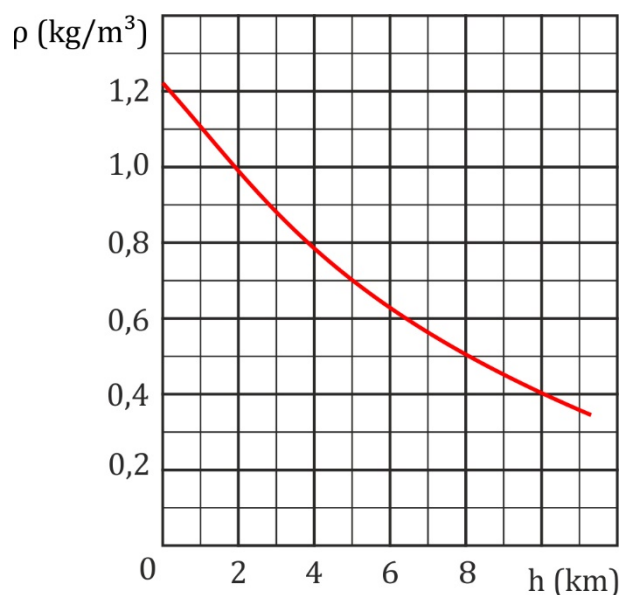


Wil eens zo'n vlucht zien? Kijk eens bij nevenstaande link: [link naar youtube](#) ³⁾.

Als men uit het vliegtuig spring heeft de wingsuit aan en een normale parachute. De parachute wordt aan het einde van de vlucht gebruikt om te kunnen landen.

Getrainde wingsuitvliegers kunnen een glijratio van 3:1 halen. Dat wil zeggen dat zij voor elke meter daling drie meter vooruit kunnen komen. Door de lichaamshouding te veranderen kunnen ze kiezen voor glij- of duikvlucht en kunnen ze hun snelheid in horizontale en verticale richting beïnvloeden. In deze opgave gaan we onderzoeken hoe ver een wingsuitvlieger kan komen met behulp van zo'n pak. Daarbij nemen we aan dat er geen thermiek is waar de wingsuitvlieger gebruik van kan maken om meters hoogte te winnen, maar er een gewone glijvlucht wordt uitgevoerd.

Op de wingsuitvlieger werken in principe drie krachten. Een wrijvingskracht, een zwaartekracht en een liftkracht ten gevolge van de wingsuit. Zowel de wrijvingskracht als de liftkracht zijn afhankelijk van de dichtheid van de lucht. Deze is echter niet constant waardoor we genoodzaakt zijn een numeriek model te maken en we geen gebruik kunnen maken van de vergelijkingen die we in de reader "Beweging" zijn tegengekomen. De dichtheid van de lucht hangt af van de hoogte. Zie nevenstaande afbeelding.



We gaan een model van de vlucht maken zonder het parachutedeelte, dus alleen de glijvlucht.

Je mag ervan uitgaan dat de zwaartekracht onafhankelijk van de hoogte is.

Voor de kracht die de lucht op de wingsuitvlieger uitoefent gelden onderstaande formules:

Luchtweerstand tegengesteld aan de richting van de snelheid: $F_{\text{wrijving}} = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$

Liftkracht loodrecht op de richting van de snelheid: $F_{\text{lift}} = c_2 \cdot \rho \cdot v^2$

Hierin is:

- c_1 een constante (dimensieloos);
- c_2 een constante (in m^2);
- ρ de dichtheid van de lucht (in kg/m^3);
- v de snelheid van de stuntman (in m/s).

De grafiek van de dichtheid kan worden benaderd met de formule:

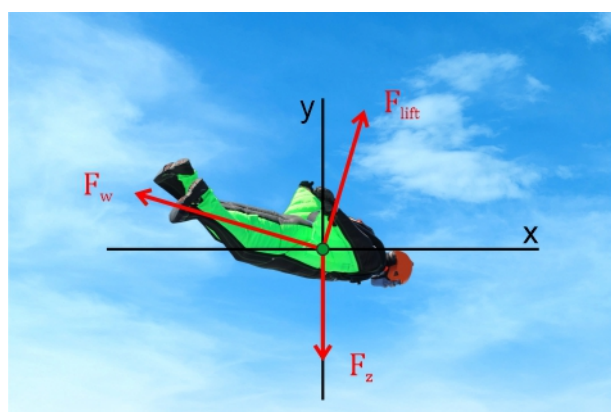
$$\rho(h) = 1,22 \cdot 2,72^{-\frac{h}{k}}$$

Hierin is:

- h de hoogte boven de grond (in m);
- k gelijk aan 9000 m.

Zoals reeds gezegd werken er drie krachten op de wingsuitvlieger. Zie nevenstaande afbeelding.

De krachten die de lucht op de wingsuitvlieger uitoefent, kunnen worden ontbonden in horizontale en verticale componenten. Voor de verticale en horizontale componenten van deze krachten gelden onderstaande formules:



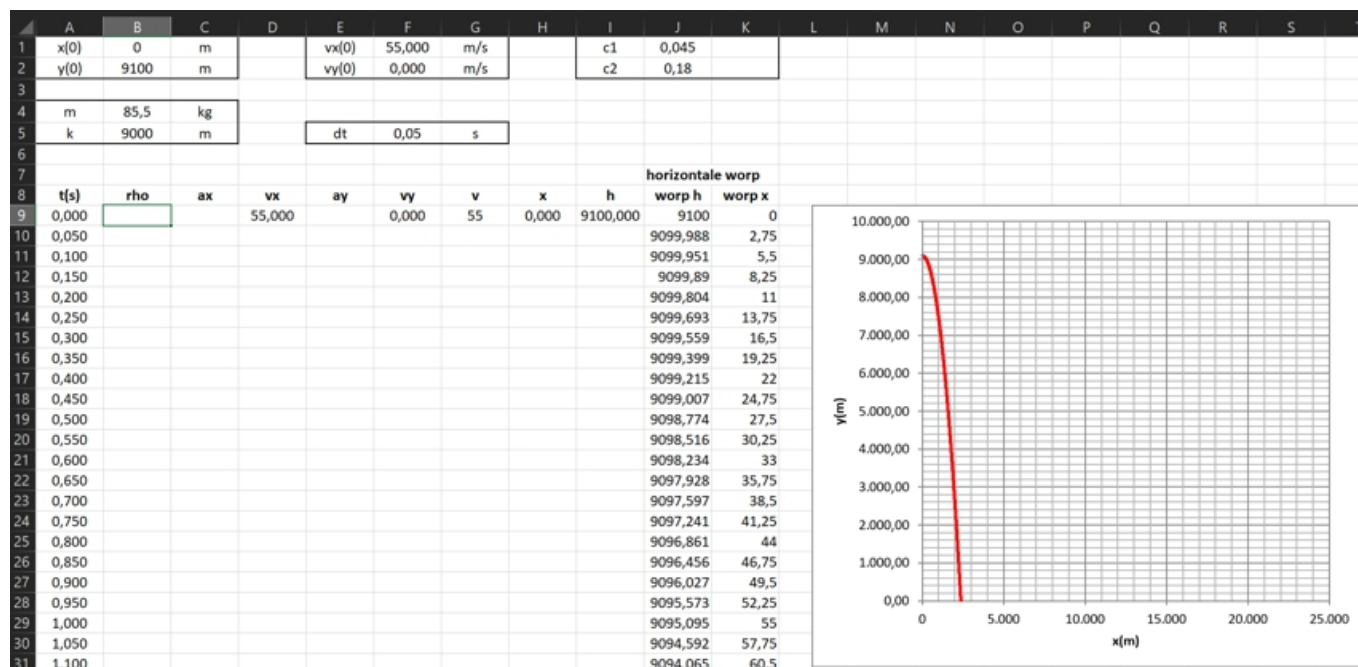
- $F_{w,x} = F_{w,\text{lucht}} \cdot \cos(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \cos(\alpha)$
 $= \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot \rho \cdot A \cdot v \cdot v \cdot \cos(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot A \cdot \rho \cdot v \cdot v_x$
 $= c_1 \cdot \rho \cdot v \cdot v_x$
- $F_{w,y} = F_{w,\text{lucht}} \cdot \sin(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \sin(\alpha)$
 $= \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot \rho \cdot A \cdot v \cdot v \cdot \sin(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot A \cdot \rho \cdot v \cdot v_y$
 $= c_1 \cdot \rho \cdot v \cdot v_y$
- $F_{\text{lift},x} = c_2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \sin(\alpha)$
 $= c_2 \cdot \rho \cdot v \cdot v \cdot \sin(\alpha)$
 $= c_2 \cdot \rho \cdot v \cdot v_y$
- $F_{\text{lift},y} = c_2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \cos(\alpha)$
 $= c_2 \cdot \rho \cdot v \cdot v \cdot \cos(\alpha)$
 $= c_2 \cdot \rho \cdot v \cdot v_x$
- $F_z = m \cdot g$

Hierin is c_1 gelijk aan 0,045, c_2 gelijk aan 0,18 m^2 en m gelijk aan 85,5 kg.

Het is de bedoeling dat je een numeriek programma in Excel schrijft waarmee je de baan van de wingsuitvlieger kunt tekenen. Oftewel een diagram kunt maken waarin je y uitzet als functie van x.

Open het bestand "Wingsuit.xlsx". Dit bestand is te vinden op de site.

<http://www.rwi-natuurkunde.nl/download/doc/Wingsuit.xlsx>



In het bestand zijn reeds enkele startwaarden ingevoerd.

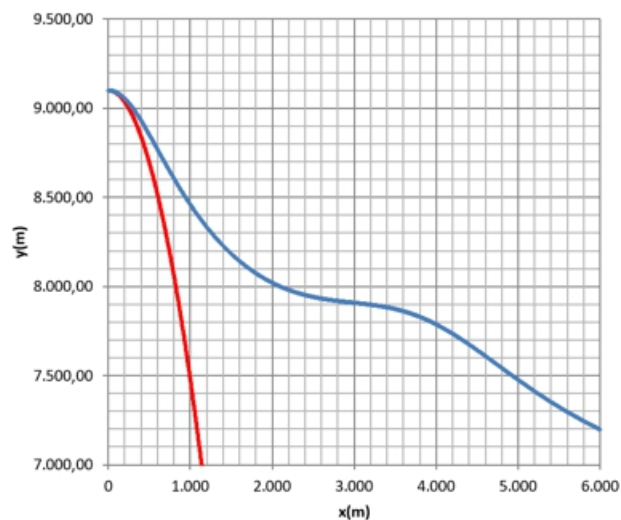
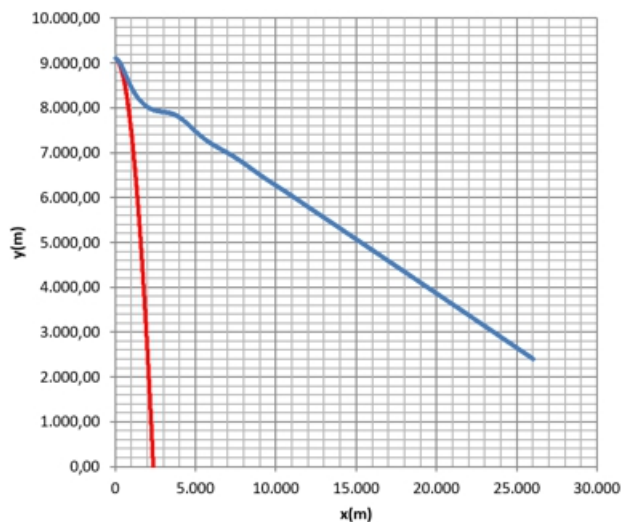
De oplossing voor de horizontale worp zonder wrijving en wingsuit is reeds weergegeven met een rode lijn. De numerieke oplossing zal verschijnen als blauwe punten.

Bedenk de rekenregels voor

- $\rho(\text{kg/m}^3)$, $a_x(\text{m/s}^2)$, $a_y(\text{m/s}^2)$,
- $v_x(\text{m/s})$, $v_y(\text{m/s})$,
- $x(\text{m})$ en $h(\text{m})$.

Voer deze in en kopieer deze naar alle onderliggende cellen.

Als je het model goed hebt gemaakt krijg je onderstaande grafieken uit.



Colofon

Deze reader is onderdeel van het lesmateriaal dat is ontwikkeld voor het vak natuurkunde bij het Roercollege Schöndeln in Roermond. Dit bestand is onderdeel van een complete lesmethode die het gehele curriculum voor het vak natuurkunde van VWO 2 t/m VWO 6 dekt.

De gehele lesmethode is te vinden op de site <https://www.rwi-natuurkunde.nl>.

De afbeeldingen die in dit lesmateriaal zijn gebruikt zijn in ruwweg vier groepen te verdelen:

- Afbeeldingen die zelf zijn gemaakt. Deze zijn niet gemarkeerd.
- Afbeeldingen afkomstig uit het publieke domein (creative commons CC0). Hieronder vallen de afbeeldingen van onder andere Pixabay, Pexels, Unsplash en HiClipart. Deze zijn niet gemarkeerd.
- Afbeeldingen die zijn ingekocht bij onder andere iStock, Shutterstock, DepositPhotos en Dreamstime. Deze zijn niet gemarkeerd.
- Afbeeldingen afkomstig uit het publieke domein, maar die onder de creative commons licentie (CC BY) vallen. Deze afbeeldingen zijn gemarkeerd met “©”.

In onderstaande lijst is herkomst en de auteursrechthebbende voor de diverse afbeeldingen weergegeven voor zover die bij mij bekend zijn. Mocht iemand van mening zijn dat er een afbeelding tussen zit waar auteursrecht op zit dan kan dat gemeld worden bij somlrw02@soml.nl.

Afbeeldingen die niet in onderstaande lijst zijn opgenomen zijn geheel zelf gemaakt.

Reader:

Blz.	Afbeelding	Herkomst / auteursrecht
3		HiClipart.com https://www.hiclipart.com
3		HiClipart.com https://www.hiclipart.com
6		Shutterstock https://www.shutterstock.com id-nummer: shutterstock_1561409308
		Shutterstock https://www.shutterstock.com id-nummer: shutterstock_1561409311
		Shutterstock https://www.shutterstock.com id-nummer: shutterstock_1561409305
7		Shutterstock https://www.shutterstock.com id-nummer: shutterstock_1561409311
		iStock https://www.istockphoto.com id-nummer: iStock-1328689113