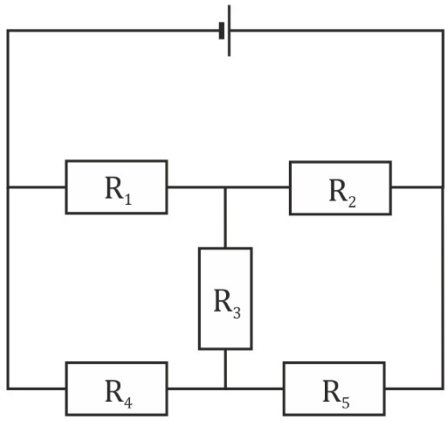
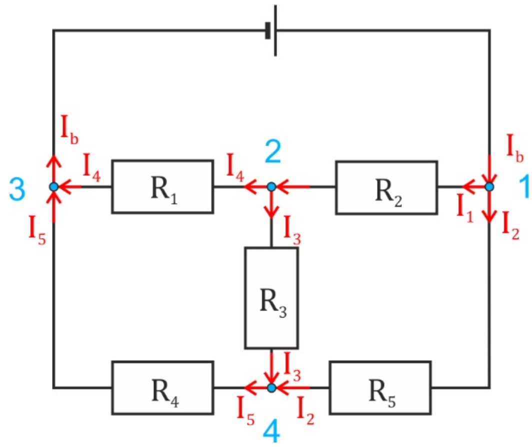
Wetten van Kirchhoff

Extra opgave: Wetten van Kirchhoff



$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1{,}0\ \Omega$
$R_5 = 2{,}0\ \Omega$
$U_b = 5{,}0\ V$
De stroomsterkte door R_2 is gelijk aan $2{,}69\ A$.

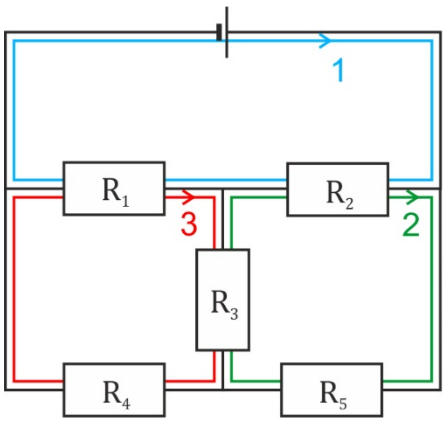
In dit probleem zijn er 5 onbekenden, namelijk I_2, I_3, I_4, I_5 en I_b. Dat betekent dat we vijf vergelijkingen nodig hebben om dit probleem op te lossen.



In nevenstaande afbeelding zijn alle knooppunten weergegeven waarop we de stroomwet van Kirchhoff kunnen toepassen.

knoop 1: $I_b - I_1 - I_2 = 0$
knoop 2: $I_1 - I_3 - I_4 = 0$
knoop 3: $I_4 + I_5 - I_b = 0$
knoop 4: $I_2 + I_3 - I_5 = 0$

De richting van I_3 kun je niet weten en zul je moeten gokken. Als je verkeerd gokt, komt er uiteindelijk een negatief getal uit en weet je dat de stroomsterkte de andere kant op gaat. De berekening corrigeert zich als het ware vanzelf.
Als je de vier vergelijkingen goed bekijkt, zie dat het eigenlijk maar drie onafhankelijke vergelijkingen zijn, want 1 + 2 + 3 is gelijk aan 4. Er zijn dus nog twee vergelijkingen nodig om het probleem te kunnen oplossen. Om deze te vinden passen we de spanningswet van Kirchhoff toe.



In nevenstaande afbeelding zijn drie gesloten lussen weergegeven waarop we de spanningswet van Kirchhoff kunnen toepassen. Er zijn andere lussen mogelijk, maar aan deze drie hebben we genoeg.

lus 1: $U_b - I_1 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_1 = 0$
lus 2: $I_1 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3 = 0$
lus 3: $I_4 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 - I_5 \cdot R_4 = 0$

Er zijn nu zes vergelijkingen, dus eigenlijk één teveel. Die gebruiken we als controle en als extra oefening. Overigens was die zesde vergelijking wel nodig als er niet al één stroomsterkte was voorgezegd. Wiskundig wordt het verhaal dan echter een heel stuik lastiger.

Nu is het alleen nog een kwestie van uitvissen in welke volgorde de verschillende vergelijkingen kunnen worden opgelost. De opgaven zijn altijd zo gemaakt dat dit mogelijk is. Er worden altijd net zoveel stroomsterkten verklapt zodat dit mogelijk is. Er zijn meestal meerdere volgordes die tot hetzelfde correcte eindresultaat leiden.

lus 1: $U_b - I_1 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_1 = 0$
$\Rightarrow 5{,}0 - 2{,}69 \cdot 1{,}0 - I_4 \cdot 1{,}0 = 0$
$\Rightarrow I_4 = 2{,}31\ \mathrm{A}$

knoop 2: $I_1 - I_3 - I_4 = 0$
$\Rightarrow 2{,}69 - I_3 - 2{,}31 = 0$
$\Rightarrow I_3 = 0{,}38\ \mathrm{A}$

lus 2: $I_1 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3 = 0$
$\Rightarrow 2{,}69 \cdot 1{,}0 - I_2 \cdot 2{,}0 + 0{,}38 \cdot 1{,}0 = 0$
$\Rightarrow I_2 = 1{,}54\ \mathrm{A}$

lus 3: $I_4 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 - I_5 \cdot R_4 = 0$
$\Rightarrow 2{,}31 \cdot 1{,}0 - 0{,}38 \cdot 1{,}0 - I_5 \cdot 1{,}0 = 0$
$\Rightarrow I_5 = 1{,}93\ \mathrm{A}$

knoop 1: $I_b - I_1 - I_2 = 0$
$\Rightarrow I_b - 2{,}69 - 1{,}54 = 0$
$\Rightarrow I_b = 4{,}23\ \mathrm{A}$

knoop 3: $I_4 + I_5 - I_b = 0$
$\Rightarrow 2{,}31 + 1{,}93 - I_b = 0$
$\Rightarrow I_b = 4{,}24\ \mathrm{A}$ ……. klopt

Met juiste aantal significante cijfers geeft dat dan als eindantwoord:

$I_b = 4{,}2\ \mathrm{A}$
$I_1 = 2{,}7\ \mathrm{A}$
$I_2 = 1{,}5\ \mathrm{A}$
$I_3 = 0{,}38\ \mathrm{A}$
$I_4 = 2{,}3\ \mathrm{A}$
$I_5 = 1{,}9\ \mathrm{A}$